

Завгородній В.В.

Державний університет інфраструктури та технологій

Завгородня Г.А.

Державний університет інфраструктури та технологій

Марченко В.А.

Державний університет інфраструктури та технологій

Бараненко Ю.В.

Державний університет інфраструктури та технологій

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ВЕБ-САЙТІВ

Були проаналізовані основні методи для оцінки надійності сайту. Кожен з цих методів можна застосувати для практичної оцінки надійності веб-сайту, проте їх неможливо використовувати на етапі його проектування та визначення числового значення ймовірності безвідмовної роботи сайту, оскільки всі вони базуються на емпіричних даних.

Була розроблена математична модель для оцінки надійності веб-сайту, і за її допомогою були обчислені значення ймовірності безвідмовної роботи сайту. Дослідження також показало, що при певній інтенсивності відвідувань сайту збільшення максимальної кількості користувачів призводить до зниження значення максимального часу затримки на сторінці, але в той же час збільшує ймовірність втрат доступу до сайту.

Було розширено знання про знаходження числового значення ймовірності безвідмовної роботи веб-сайту. Також був проведений аналіз методів оцінки надійності веб-сайтів.

Вирішення поставленої задачі проводилося на основі системного аналізу, математичного моделювання систем масового обслуговування, об'єктно-орієнтованого програмування. Для програмної реалізації алгоритмів використовувалися апарат чисельного математичного моделювання та пакети прикладних програм комп'ютерної математики.

Під час розробки математичної моделі оцінки надійності веб-сайту на етапі її проектування був використаний апарат систем масового обслуговування. Ця модель допомагає встановити, наскільки надійно працюватиме сайт під час його функціонування. Також було проведено обчислення максимального часу перебування користувача на сайті. Цей час був знайдений шляхом розв'язання трансцендентних рівнянь, які дозволили встановити, скільки часу може зайняти процес обробки запитів та надання відповідей на них.

Ключові слова: веб-сайт, надійність, математична модель, критичність, система масового обслуговування.

Постановка проблеми. В наш час веб-сайт є невід'ємною частиною іміджу практично будь-якої компанії, а також необхідним інструментом ведення бізнесу для різних видів інтернет-компаній. Для успішного функціонування веб-сайту необхідно чітко розуміння його можливостей, щоб знизити ймовірність відмови в обслуговуванні даного сайту. У зв'язку з цим для сайту, як системи, що розрахована на постійну безперебійну роботу, надійність грає серйозну роль [1]. Під надійністю сайту розумітимемо його експлуатаційну якість, яка характеризується ймовірністю безвідмовної роботи сайту в певний період часу

зі збереженням параметрів, заданих у технічному завданні на сайт [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оцінка надійності веб-сайту – це важлива характеристика, яка визначає його здатність забезпечувати стабільний і безпечний доступ до контенту користувачам.

Надійність – це комплексна характеристика, і її оцінка може варіюватися в залежності від типу сайту та його цільової аудиторії. Наразі існує декілька методів оцінки надійності веб-сайту [3], розглянемо їх далі.

Метод аналізу видів, наслідків та критичності відмов широко застосовується в різних сферах

діяльності [4]. Подібне поширення цього методу обґрунтовується його здатністю пристосовуватися до індивідуальних особливостей конкретної галузі, умов експлуатації та характеру продукції, для яких його необхідно використовувати.

Критичність (C_i) обчислюється за допомогою формули:

$$C_i = B_{1i} + B_{2i} + B_{3i}, \quad (1)$$

де: B_{1i} – бальна оцінка ймовірності виникнення i -ої відмови протягом часу експлуатації, B_{2i} – бальна оцінка важкості наслідків i -ї відмови, B_{3i} – бальна оцінка ймовірності виявлення i -ї відмови.

Далі значення критичності, яке розраховується для кожної відмови C_i за формулою (1), порівнюються з пороговим значенням $C_{ск}$, яке було встановлено ще до проведення аналізу надійності. У випадку, коли C_i перевищує $C_{ск}$, це вказує на необхідність введення заходів з коригування, оскільки відмова вважається значущою [5].

Згідно з джерелом [6], аналіз дерева відмов інтенсивно використовується в різних сферах для зрозуміння того, як система може вийти з ладу, визначення методів мінімізації ризиків та оцінки частоти відмов системи. Аналіз дерева відмов складається з логічних схем, які дозволяють визначити стан, в якому перебуває система [7]. Кожна подія в дереві має функціональну залежність, яка визначається статистичною ймовірністю. Іншими словами, ймовірність виникнення будь-якої події може бути визначена лише експериментальним шляхом [8].

Часто збої у роботі деяких компонентів пов'язані з певною постійною інтенсивністю збоїв λ . У цьому випадку ймовірність відмови може бути визначена просто, оскільки вона пропорційна інтенсивності λ і часу t , і підпорядковується експоненційному закону:

$$P = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

де: $P \approx \lambda t, \lambda t < 0,1$.

Для моделювання даних, коли інтенсивність відмов є змінною у часі (зростаючою, спадаючою або постійною), застосовують так званий розподіл Вейбулла. Перевага такого аналізу полягає в тому, що навіть при неповних відмовах всіх об'єктів є можливість здійснити моделювання розподілу ресурсу. Джерела, які описують розподіл Вейбулла, наведені у роботах [9]. Цей метод дозволяє найповніше оцінити надійність системи. За допомогою Вейбулл-аналізу можна обчислити ймовірність відмови роботи сайту та провести аналіз надійності сайту. Однак, варто враховувати, що застосування даного методу на етапі проекту-

вання сайту є неможливим, оскільки він потребує експериментальних даних.

Проведений аналіз зазначених методів показав, що жоден з них не забезпечує можливості отримання числової оцінки ймовірності відмови в роботі веб-сайту. Це визначає основну проблему для подальших досліджень.

Метою даної статті є розробка математичної моделі оцінки надійності веб-сайтів.

Виклад основного матеріалу. Вплив поточної ситуації на ринку сильно впливає на надійність веб-сайту, включаючи активність конкурентів, кількість та якість конкуруючих сайтів, попит на певні товари та послуги, сезонні фактори тощо.

Ймовірність безвідмовної роботи є одним з основних показників при оцінці надійності веб-сайту. Під ймовірністю безвідмовної роботи розуміється ймовірність того, що даний об'єкт буде зберігати свої параметри протягом певного періоду часу в заданих межах і за певних умов функціонування.

Статистичну оцінку ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ для масових об'єктів можна отримати, обробивши результати випробувань на надійність великих вибірок. Метод отримання оцінки залежить від плану випробувань.

При проектуванні веб-сайту зазвичай враховується високий рівень активних користувачів [10]. Також важливо розуміти, що процеси, які відбуваються на веб-сайті, є випадковими величинами. Тому для аналізу часових параметрів веб-сайту можливе застосування систем масового обслуговування (СМО).

Кожна подія характеризується моментом часу, коли вона відбувається – t . Символом T позначається інтервал часу між двома описаними вище моментами часу. Потік подій є незалежною послідовністю моментів t .

У контексті систем масового обслуговування з відмовами основними показниками ефективності є: абсолютна пропускна здатність (Ab) – середнє число заявок, обслуговуваних системою за одиницю часу; відносна пропускна здатність (Rb) – середня частка надісланих заявок, які були обслуговані системою; ймовірність відмови (P_{vid}) – ймовірність того, що заявка покине систему масового обслуговування без обслуговування; середнє число зайнятих каналів $avgNum$ – застосовується лише до багатоканальних систем і представляє середнє число заявок, що знаходяться в обслуговуючих каналах.

Кожна сторінка веб-сайту може бути представлена у вигляді математичної моделі СМО, де

затримка відповідає часу, проведеному користувачем на сторінці. Вся модель веб-сайту може бути описана як відкрита мережа масового обслуговування.

Постановка задачі для запропонованої моделі має наступний вигляд:

$countP$ – кількість сторінок на веб-сайті;

T_{i_i} – середній час перебування користувача на сторінці i , $i = 1..countP$;

λ_{F_i} – інтенсивність вхідного потоку заявок до сторінки (заходів на сторінку ззовні, тобто не з інших сторінок сайту) i , $i = 1..countP$;

$P_{i,j}$, $i = F..countP$ – матриця ймовірностей переходу між сторінками сайту. Вузол 0 представляє зовнішнє джерело заявок.

P_m – доля відвідувачів сайту, для якої обчислюється максимальний час затримки.

Необхідно знайти:

T_{q_0} – середній час затримки користувача на сторінці i ;

$T_{q_{m_0}}$ – максимальний час затримки користувача на сайті, який може перевищуватися лише для зазначеної частки відвідувачів сайту P_m (зазвичай обирається стандартне значення – 0,9 або 0,95);

T_{q_i} , $i = 1..countP$ – середній час затримки користувача на сторінці i .

P_i , $i = 1..countP$ – ймовірність відмови в обслуговуванні i сторінки.

Перехід на сторінки сайту можливий трьома способами: набором адреси в адресному рядку браузера, кліком по гіперпосиланню на іншому сайті та кліком по гіперпосиланню на іншій сторінці даного сайту [7]. Інтенсивність визначає кількість входів на сторінку за одиницю часу першими двома способами, а матриця ймовірностей переходу $P_{i,j}$ визначає алгоритм переходу між сторінками сайту третім способом.

Сучасні методи моделювання дозволяють [3] враховувати можливість неекспоненціального розподілу вхідних потоків та часу затримки користувачів на сторінках сайту. У такому випадку, в якості вхідних параметрів додаються відповідні квадрати коефіцієнтів варіації, а в якості результатів можна отримати стандартні відхилення часу відвідування сайту в цілому та кожної його сторінки окремо.

При проектуванні сайту [8] можливе дослідження його характеристик в широкому діапазоні змін параметра l . Це допоможе в подальшому оцінити технічні характеристики обладнання, що використовується в якості веб-сервера, що, у свою чергу, впливає на вартісні показники надійності.

Максимальний час перебування в системі може бути розрахований з використанням розв'язання

двох трансцендентних рівнянь (3) для випадку, коли квадрат коефіцієнта варіації потоку заявок на виході системи більший або дорівнює 1 та (4) для випадку, коли квадрат коефіцієнта варіації потоку заявок на виході системи менший за 1.

$$a_1 \times e^{-\mu_1 T_{qm}} + a_2 \times e^{-\mu_2 T_{qm}} - 1 - P_m = 0, \quad (3)$$

$$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)^{n_1-1} \times e^{-\lambda_1 T_{qm}} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \times e^{-\lambda_2 T_{qm}} \times \sum_{k=0}^{n_1-2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)^{n_1-k-1} \times \sum_{j=0}^k \left(\frac{\lambda_2 T_{qm}}{j!}\right)^j - 1 - P_m = 0, \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{C_{iq}^4 - 1}{C_{iq}^2 - 1}\right), \quad (5)$$

$$a_2 = 1 - a_1, \quad (6)$$

$$\mu_1 = \frac{2 \times a_1}{T_q}, \quad (7)$$

$$\mu_2 = \frac{2 \times (1 - a_1)}{T_q}, \quad (8)$$

$$\lambda_1 = \frac{n_1}{T_q} + (n_1 - 1) \times (C_{iq}^2 \times n_1 - 1), \quad (9)$$

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{T_q} - \left(\frac{C_{iq}^2 \times n_1 - 1}{n_1 - 1}\right), \quad (10)$$

$$n_1 = \frac{1}{C_{iq}^2}, \quad (11)$$

де C_{iq}^2 – квадрат коефіцієнта варіації потоку заявок на виході системи (рівень змінюваності потоку); T_q – час затримки користувача в СМО; P_m – частка відвідувачів сайту, для якої розраховується максимальний час затримки; a_1, a_2, μ_1, μ_2 – параметри гіперекспоненціального розподілу; $\lambda_1, \lambda_2, n_1$ – параметри розподілу ерланговського типу.

Тоді ймовірність відмови в обслуговуванні (неможливості зайти на сторінку) може бути розрахована за допомогою формули (12):

$$P_l = \frac{1}{C_{iq}^2} \times l^{T_{qm}} \times \lambda \times e^{\lambda^{-1/2}}, \quad (12)$$

де: P_l – ймовірність відмови в обслуговуванні; C_{iq}^2 – квадрат коефіцієнта варіації потоку заявок на виході системи; l – максимально можлива кількість користувачів; T_{qm} – максимальний час перебування в системі; λ – інтенсивність вхідного потоку заявок.

Модель повинна враховувати ці параметри та допомогти у вирішенні задачі аналізу веб-сайту з урахуванням часу затримки та ймовірності відмови.

Розглянемо одну сторінку веб-сайту з індексом $i = 1$. Тут час обслуговування $T_{q_0} = T_{q_{0i}}$ та час очікування $T_{q_{m_0}} = T_{q_{m_i}}$ не залежать від кількості користувачів λ_{0i} .

Нехай $T_{q_1} = 3,5$ с та максимально можлива кількість користувачів дорівнює $l = 50$. Результати обчислень з використанням даної моделі пред-

ставлені в таблиці 1. Дослідимо поведінку системи в діапазоні значень $\lambda_{oi} = [1 \div 100]$ заявок/хв з кроком 1.

Таблиця 1

Поведінка системи

λ_{oi}	T_{q_0}	$T_{q_{mo}}$	P_l
1,000	3,500	14,220	$0,99264 \cdot 10^{-30}$
2,000	3,500	14,220	$0,14197 \cdot 10^{-22}$
3,500	3,500	14,220	$0,13386 \cdot 10^{-17}$
4,000	3,500	14,220	$0,84843 \cdot 10^{-14}$
5,000	3,500	14,220	$0,71922 \cdot 10^{-11}$
6,000	3,500	14,220	$0,12427 \cdot 10^{-8}$
7,000	3,500	14,220	$0,84931 \cdot 10^{-7}$
8,000	3,500	14,220	$0,24604 \cdot 10^{-5}$
9,000	3,500	14,220	$0,37543 \cdot 10^{-4}$
10,000	3,500	14,220	$0,31191 \cdot 10^{-3}$
11,000	3,500	14,220	$0,17752 \cdot 10^{-2}$
12,000	3,500	14,220	$0,61112 \cdot 10^{-2}$
13,500	3,500	14,220	$0,17361 \cdot 10^{-1}$
14,000	3,500	14,220	$0,34582 \cdot 10^{-1}$
15,000	3,500	14,220	$0,57721 \cdot 10^{-1}$
16,000	3,500	14,220	$0,86232 \cdot 10^{-1}$

З розрахунків випливає, що при заданих характеристиках максимально можливого потіку відвідувачів сторінки – 16 осіб/хв. Тепер побудуємо графік залежності ймовірності відмови в обслуговуванні від інтенсивності потоку запитів до сторінки (рис. 1).

Як видно з рисунку 1, ймовірність відмови в доступі починає зростати при збільшенні інтенсивності потоку запитів, що надходять на сторінку, тобто коли $\lambda_{oi} > 10$ заявок/хв.

Далі, припустимо, що $\lambda_{oi} = 9$ заявок / хв та $T_{q_0} = 3,5$ хв. Дослідимо поведінку системи в діа-

пазоні зміни значень максимально можливої кількості користувачів $l = [1 \div 50]$ з кроком 1.

На рисунку 2 наведено взаємозв'язок між ймовірністю відмови в обслуговуванні та максимальною кількістю користувачів. Ймовірність відмови в обслуговуванні вказує на те, наскільки ймовірно система не зможе обслужити нових користувачів через перевищення обсягу ресурсів або інших обмежень. З графіка видно, що при збільшенні максимально можливої кількості користувачів зростає й ймовірність відмови в обслуговуванні.

На рисунку 3 відображається залежність максимального часу затримки користувачів на сайті від максимально можливої кількості користувачів. Максимальний час затримки вказує на той період, який користувач може очікувати, перебуваючи на сайті, і він визначає ефективність роботи системи. З графіка видно, що зі збільшенням кількості користувачів максимальний час затримки також збільшується, що може вплинути на задоволеність користувачів та їхню взаємодію з сайтом.

Також з рисунків 2 і 3 видно, що при постійному рівні активності відвідувань сайту, збільшення максимальної кількості користувачів призводить до зниження максимального часу затримки на сторінці, але одночасно збільшує ймовірність втрат (відмови в доступі).

Висновки. У даному дослідженні була розроблена модель, яка дозволяє не тільки оцінити надійність веб-сайту, але й отримати числове значення ймовірності відмови в обслуговуванні.

Практична значимість дослідження полягає в тому, що отримані результати дозволять оцінити надійність проєктованого веб-сайту та приймати правильні рішення для його розвитку.

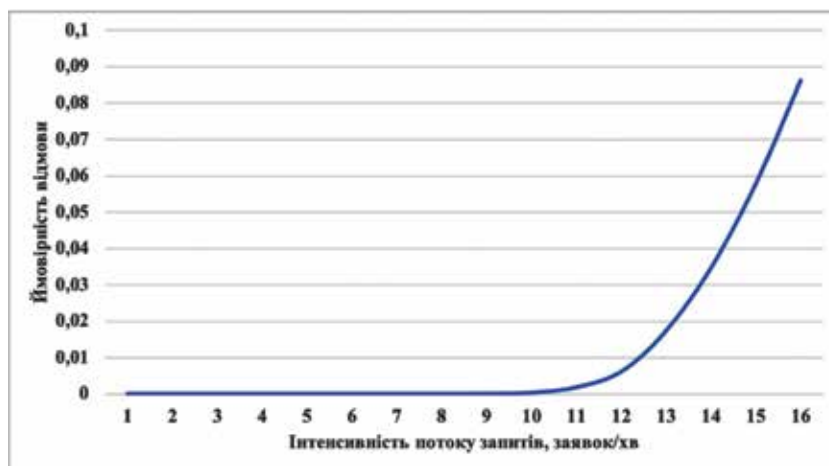


Рис. 1. Залежність ймовірності відмови у обслуговуванні від інтенсивності потоку запитів до сторінки



Рис. 2. Залежність ймовірності відмови в обслуговуванні від максимально можливої кількості користувачів

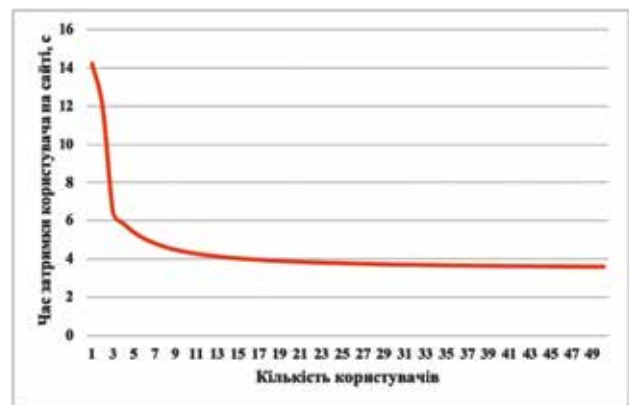


Рис. 3. Залежність максимального часу затримки користувача на сайті від максимально можливої кількості користувачів

У роботі було виявлено такі залежності:

1. Ймовірність відмови в обслуговуванні залежить від інтенсивності потоку заявок до сторінки. При певному рівні інтенсивності вхідного потоку заявок до сторінки, ймовірність відмови доступу починає зростати.

2. Ймовірність відмови в обслуговуванні також залежить від максимально можливої кількості користувачів. Збільшення максимально можливої кількості відвідувачів призводить до збільшення ймовірності відмови у доступі.

3. Максимальний час затримки користувача на сайті залежить від максимально можливої кількості користувачів. Збільшення максимально можливої кількості користувачів призводить до зменшення максимального часу затримки користувача на сторінці.

За отриманими даними можна зробити висновок, що збільшення максимальної кількості користувачів призведе до зростання ймовірності відмови, але водночас сприятиме зниженню максимального часу затримки користувача на сторінці. Ці зміни можуть негативно позначитися на продуктивності та користувацькому досвіді на сайті.

Використання таких математичних моделей та обчислень є важливим етапом проектування веб-сайту, оскільки допомагає виявити можливі проблеми та перевірити його надійність ще до його запуску. Завдяки цим дослідженням можна покращити ефективність та стабільність роботи сайту, забезпечити задоволення користувачів та позитивний досвід взаємодії з ним.

Список літератури:

1. Говорущенко Т. О. Дослідження відомих моделей оцінювання характеристик програмного забезпечення. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2013. No 1. С. 117–121.
2. Васілевський О. М., Ігнатенко О. Г. Нормування показників надійності технічних засобів: навч. посібник. Вінниця: *ВНТУ*, 2013. 160 с.
3. ДСТУ ISO/IEC 25010:2016. Інженерія систем і програмних засобів. Вимоги до якості систем і програмних засобів та її оцінювання (SQuaRE). Моделі якості системи та програмних засобів (ISO/IEC 25010:2011, IDT). [Чинний від 2018-01-01]. Київ: *УкрНДНЦ*, 2018. 32 с.
4. Rezik R., Kallel I., Casillas J., Alimi A. Using Multiple Criteria Decision- Making Approaches to Assess the Quality of Web Sites. *International Journal of Computer Science and Information Security*. 2016. Vol. 14, No. 7. P. 747–761.
5. Aydin S., Kahraman C. Evaluation of E-commerce website quality using fuzzy multi-criteria decision-making approach. *IAENG International Journal of Computer Science*. 2012. Vol. 39, No. 1. P. 64–70.
6. Крамаренко В.В., Завгородній В.В., Голубев С.О. Методи підвищення достовірності даних в автоматизованих системах управління. *Науковий журнал «Математичне моделювання»*. Дніпродзержинськ, 2005. № 1 (13). С. 58–63.
7. ДСТУ ISO/IEC 25021:2016 (ISO/IEC 25021:2012, IDT) Інженерія систем і програмних засобів. Вимоги до якості систем і програмних засобів та її оцінювання (SQuaRE). Елементи показника якості. [Чинний від 2016-11-01]. Київ: *УкрНДНЦ*, 2016.
8. Zahran D. I., Al-Nuaim H. A., Rutter M. J., Benyon D. A Comparative Approach to Web Evaluation and Website Evaluation Methods. *International Journal of Public Information Systems*. 2014. Vol. 10. P. 21–39.

9. Гладій Г. М., Могильська М. Б. Метрики вимірювання надійності вебсайтів. *Збірник наукових публікацій Мультидисциплінарної наукової інтернет-конференції «Світ наукових досліджень»*. (25-26 жовтня 2022 р.). Випуск 13. Тернопіль, 2022. С. 63–65.

10. Могильська М. Б. Критерії оцінювання надійності вебсайту. *Міжнародна наукова інтернет-конференція «Світ наукових досліджень»* (м. Тернопіль – м. Пшеворськ, 18-19 жовтня 2022 р.). Випуск 71. С. 32–35.

Zavgorodnii V.V., Zavgorodnya A.A., Marchenko V.A., Baranenko Yu.V. DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR ASSESSING THE RELIABILITY OF WEBSITES

The main methods for assessing the reliability of the site were analyzed. Each of these methods can be applied to a practical assessment of website reliability, but they cannot be used at the design stage and determine the numerical value of the website's probability of failure, as they are all based on empirical data.

A mathematical model was developed to evaluate the reliability of the website, and with its help, the probability values of the site's fault-free operation were calculated. The study also showed that with a certain intensity of visits to the site, increasing the maximum number of users leads to a decrease in the value of the maximum delay time on the page, but at the same time increases the probability of losing access to the site.

Knowledge of finding a numerical value for the probability of a website being up and running has been expanded. An analysis of website reliability assessment methods was also conducted.

The problem was solved on the basis of system analysis, mathematical modeling of mass service systems, object-oriented programming. Numerical mathematical modeling apparatus and packages of applied computer mathematics programs were used for software implementation of algorithms.

During the development of a mathematical model for assessing the reliability of the website, the apparatus of mass service systems was used at the stage of its design. This model helps to establish how reliably the site will work during its operation. The maximum time spent by the user on the site was also calculated. This time was found by solving transcendental equations, which allowed us to establish how long the process of processing requests and providing answers to them can take.

Key words: website, reliability, mathematical model, criticality, mass service system.